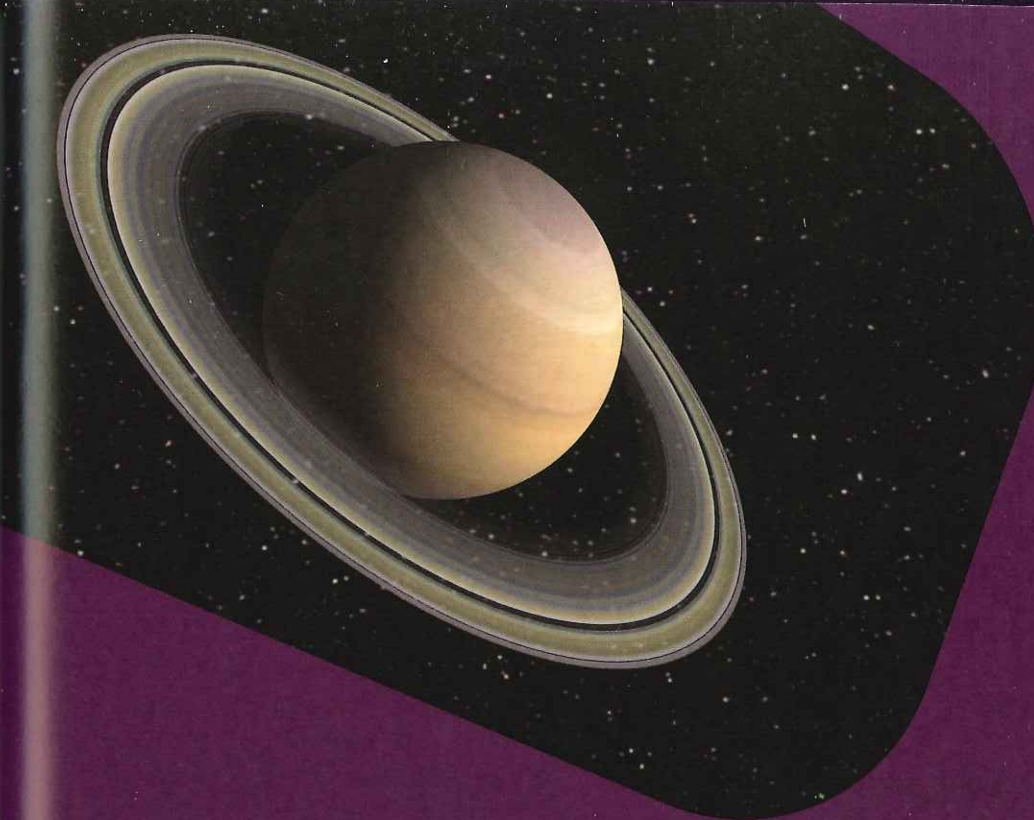


7 Cirkelbewegingen

Saturnus is een van de grootste planeten in ons zonnestelsel. Het meest spectaculair is het ringenstelsel. Die ringen van Saturnus bestaan uit bevroren water, rotsen en stofdeeltjes die in cirkelvormige banen rondom de planeet bewegen.
In dit hoofdstuk lees je wat nodig is om een cirkelbeweging te maken. Met die kennis kun je een model maken die de beweging van een satelliet om de aarde beschrijft.

ThiemeMeulenhoff

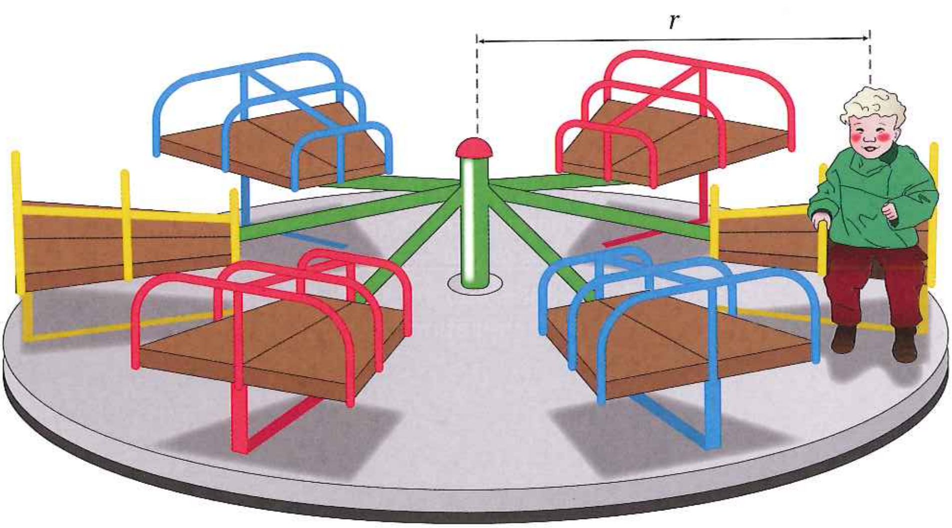
Een slijptol gebruik je om metaal te schuren of te slijpen. De schijf draait daarbij met hoge snelheid rond. Elk punt op de schijf van de slijptol voert een eenparige cirkelbeweging uit. Wat is een eenparige cirkelbeweging? Waarom vliegen de vonken in rechte lijn weg?

Figuur 7.1

7.1 Eenparige cirkelbeweging

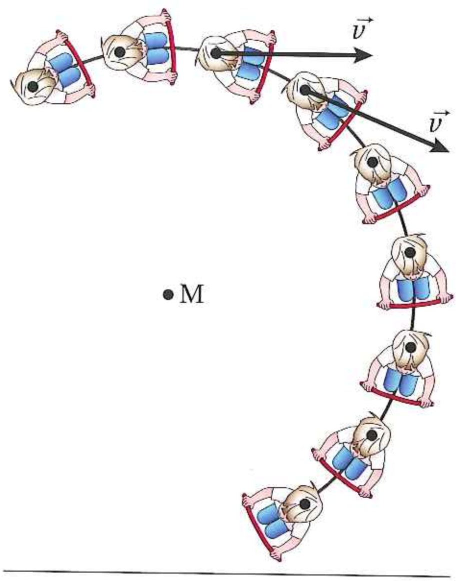
Omlooptijd en baansnelheid

Als de draaimolen van figuur 7.2 ronddraait, beweegt het zwaartepunt van het kind in een cirkelbaan. De straal r van deze cirkelbaan is weergegeven met een pijl. Deze straal noem je de **baanstraal**. De afstand die het kind in één ronde op de draaimolen aflegt, is gelijk aan de omtrek $2\pi r$ van de cirkelbaan.



Figuur 7.2

In figuur 7.3 is een gedeelte van de cirkelbaan van het kind op de draaimolen schematisch weergegeven. Hierin is de plaats van het kind na steeds hetzelfde tijdsinterval getekend. De afstand langs de cirkel tussen twee opeenvolgende plaatsen is constant. Het kind beweegt dus met een constante snelheid. De grootte van de snelheid langs de cirkelbaan noem je de **baansnelheid**. De tijd waarin het kind één ronde aflegt, is de **omlooptijd** T.



Figuur 7.3

Voor de baansnelheid geldt dan:

$$v_{baan} = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}$$

- v_{baan} is de baansnelheid in m s^{-1}.
- r is de baanstraal in m.
- T is de omlooptijd in s.

In figuur 7.3 is de straal waarmee het kind ronddraait 1,8 m. De omlooptijd is 2,8 s. De baansnelheid is dan gelijk aan:

$$v_{baan} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 1{,}8}{2{,}8} = 4{,}0 \text{ m s}^{-1}$$

Bij een eenparige, rechtlijnige beweging zijn grootte en richting van de snelheid constant. Bij de **eenparige cirkelbeweging** is de grootte van de snelheid ook constant, maar de richting is dat niet. De richting van de snelheid ligt langs de raaklijn aan de baan. In figuur 7.3 zie je dat die richting van de snelheid voortdurend verandert. Raakt een voorwerp los uit de cirkelbaan, dan beweegt het in rechte lijn. Daarom bewegen ook de vonken bij de slijptol in rechte lijn.

Frequentie

Bij een eenparige cirkelbeweging is de omlooptijd constant. In een bepaalde tijd vinden steeds evenveel omlopen plaats. Het aantal omlopen per seconde noem je de **frequentie** met symbool f. De eenheid ervan is hertz (Hz). Er geldt:

$$f = \frac{1}{T}$$

- f is de frequentie in Hz.
- T is de omlooptijd in s.

Opmerking
In de techniek kom je vaak de grootheid **toerental** tegen. Dit is het aantal omwentelingen dat een voorwerp in een minuut maakt. In het Engels wordt het toerental uitgedrukt in RPM (revolutions per minute).

Opgaven

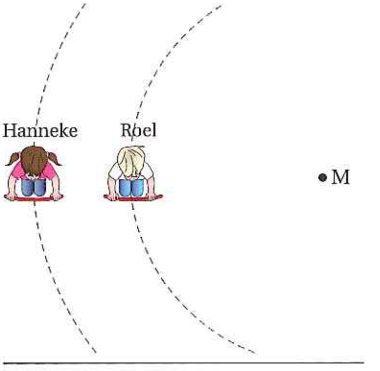
▶ werkblad

1 Hanneke en Roel zitten naast elkaar in een draaimolen. Hanneke zit op 2,7 m van de draaias en Roel op 1,8 m van de draaias. Ze draaien in 5,2 s één ronde.

a Bereken de baansnelheid van Hanneke.

Roel gooit tijdens het draaien een snoepje in de richting van Hanneke, maar Hanneke vangt deze niet. Het snoepje komt namelijk niet recht op haar af.

b Teken in figuur 7.4 of het snoepje voor of achter Hanneke terecht komt. Licht je antwoord toe.



Figuur 7.4

2 De trommel van een wasmachine heeft een diameter van 60 cm en draait in 10 seconden 140 keer rond. Een waterdruppel bevindt zich op de wand van de trommel. Bereken:

a de omlooptijd;

b de baansnelheid;

c de afstand die de waterdruppel aflegt in 1 minuut;

d het toerental.

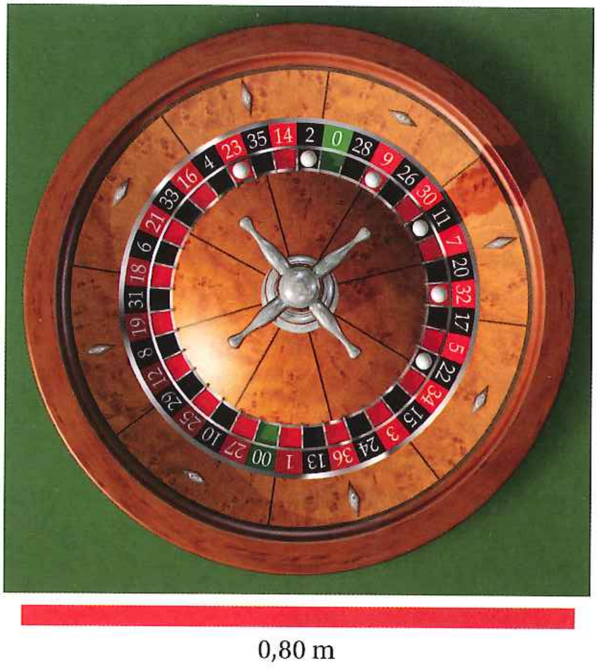
3 Een satelliet beweegt op 200 km hoogte in een cirkelvormige baan om de aarde. De omlooptijd van de satelliet is 24 uur.

a Toon aan dat de straal van de cirkelbaan van de satelliet gelijk is aan $6{,}578 \cdot 10^3$ km.

b Bereken de baansnelheid van de satelliet.

hulpblad
werkblad

4 Een balletje ligt in een vakje van de schaal van een roulette. Als de schaal met constante snelheid ronddraait, maak je een filmpje met je telefoon. De telefoon maakt 30 beeldjes per seconde. Na analyse van het filmpje toont figuur 7.5 zes beeldjes van het spoor van het balletje.
Bepaal de baansnelheid van het balletje.

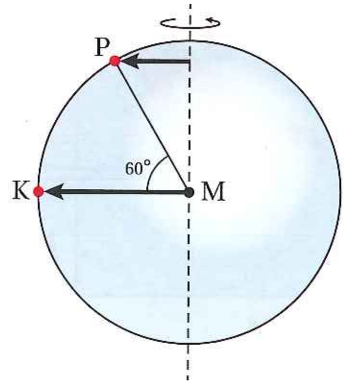


Figuur 7.5

5 Kampala (K), de hoofdstad van Oeganda, ligt op de evenaar. Op vrijwel dezelfde lengtegraad, echter op 60° noorderbreedte, ligt de Russische stad Sint-Petersburg (P). In figuur 7.6 is de plaats van beide steden te zien op de wereldbol.

a Toon aan dat de stralen van de cirkelbanen die K en P doorlopen zich verhouden als 2 : 1.

b Bereken hoe de baansnelheden van K en P zich verhouden.



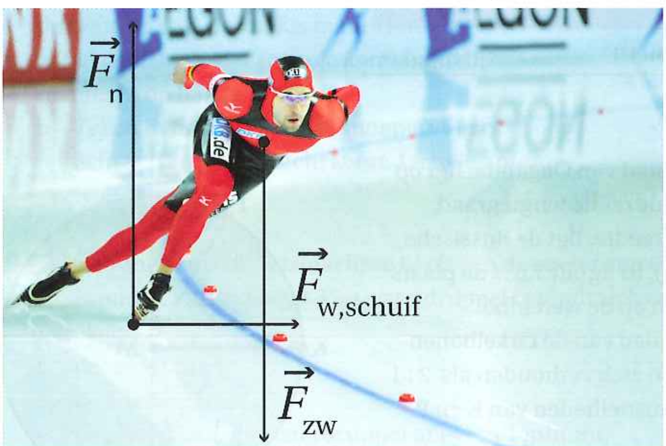
Figuur 7.6

Bij het maken van een bocht zet de schaatser zich af op het ijs. Gaat hij met een te grote snelheid de bocht in dan vliegt hij eruit. Wat hebben snelheid en kracht met elkaar te maken bij het schaatsen van een bocht?

Figuur 7.7

7.2 Middelpuntzoekende kracht

Als je de tegenwerkende krachten met de lucht en het ijs verwaarloost, zijn tijdens het schaatsen van een bocht drie krachten van belang. In figuur 7.8 zijn de drie krachten getekend. Naast de zwaartekracht $\vec{F}_{zw}$ en de normaalkracht $\vec{F}_n$ werkt nog een derde kracht op de schaatser. Dit is de kracht $\vec{F}_{w,schuif}$.



Figuur 7.8

In figuur 7.8 zijn de zwaartekracht en de normaalkracht even groot en staan loodrecht op het vlak van de beweging. Deze krachten kunnen er dus niet voor zorgen dat de schaatser in een cirkelbaan beweegt. Omdat de richting van de snelheid van de schaatser verandert, moet volgens de eerste wet van Newton een resulterende kracht werken. Deze resulterende kracht is in deze situatie de kracht $\vec{F}_{w,schuif}$. Is de resulterende kracht steeds naar hetzelfde punt gericht, dan ontstaat een eenparige cirkelbeweging.

De resulterende kracht heet dan de **middelpuntzoekende kracht** $\vec{F}_{mpz}$.
De waarde van F_{mpz} bereken je met:

$$F_{mpz} = \frac{mv^2}{r}$$

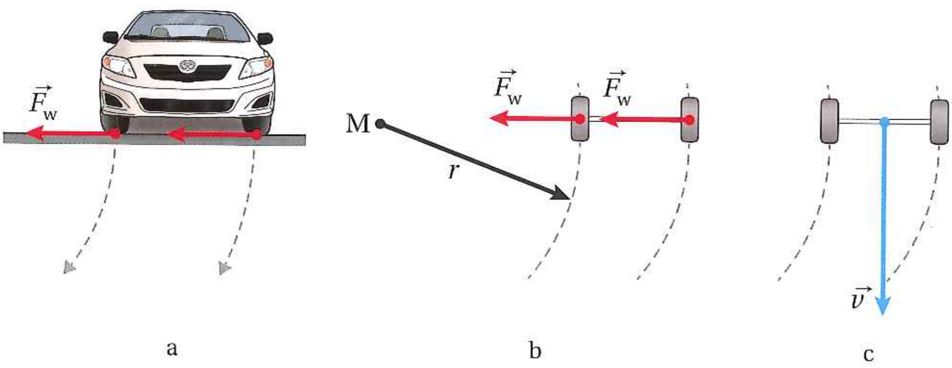
- F_{mpz} is de middelpuntzoekende kracht in N.
- m is de massa in kg.
- v is de snelheid in m s^{-1}.
- r is de baanstraal in m.

Wil de schaatser een snellere bocht rijden, dan is daar een grotere F_{mpz} voor nodig. Het ijs moet dan een grotere kracht uitoefenen op de schaatser. Dat gebeurt als de schaatser zich krachtiger afzet op het ijs. Doet hij dat niet, dan vliegt hij uit de bocht. Als de snelheid v groter is en F_{mpz} hetzelfde blijft, dan zie je aan de formule voor de middelpuntzoekende kracht dat de straal r een grotere waarde moet hebben.

Voorbeelden

1 Een satelliet beweegt in een nagenoeg cirkelvormige baan om de aarde. De middelpuntzoekende kracht is de aantrekkende kracht van de aarde op de satelliet. Deze kracht heet de gravitatiekracht. In paragraaf 7.3 wordt deze kracht besproken.

2 Een auto in een bocht legt een deel van een cirkelbaan af. Op de banden van de auto werkt dan een zijwaarts gerichte schuifwrijvingskracht. Zie figuren 7.9a en b. Deze kracht werkt als middelpuntzoekende kracht. Werkt er geen middelpuntzoekende kracht, dan vliegt de auto uit de bocht. Zie figuur 7.9c.



Figuur 7.9

Opgaven

6 In elk van de volgende situaties zorgt een kracht voor de vereiste middelpuntzoekende kracht. Geef telkens de naam van die kracht.

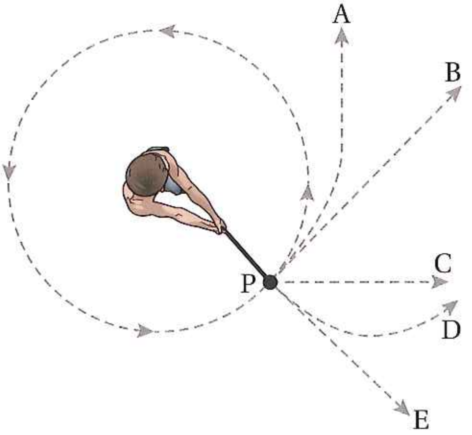
a Een elektron draait om een atoomkern.

b De maan draait om de aarde.

c Een stuk wasgoed draait rond in de centrifuge van een wasmachine.

d Een auto maakt een bocht op een horizontaal wegdek.

7 In figuur 7.10 zie je een bovenaanzicht van een kogelslingeraar die zijn kogel tegen de klok in ronddraait. Hij laat de kogel in punt P los.
Leg uit welke van getekende banen de kogel volgt.



Figuur 7.10

8 De maan beschrijft een (bijna) cirkelvormige baan om de aarde.

a Zoek in BINAS op:

1 hoe groot de gemiddelde afstand van de maan tot de aarde is;

2 hoelang de omlooptijd van de maan rondom de aarde is;

3 hoe groot de massa van de maan is.

b Toon aan dat de baansnelheid van de maan om de aarde gelijk is aan 1023 m/s.

c Bereken de grootte van de middelpuntzoekende kracht die de aarde op de maan uitoefent.

▶ hulpblad 9 Een stuk wasgoed in een centrifuge draait met een toerental van 1200 RPM. De diameter van de trommel van de centrifuge is 50 cm. De massa van het natte wasgoed is 7,0 kg. Het zwaartepunt van de was ligt bij het begin van het centrifugeren op 6 cm van de trommelwand.

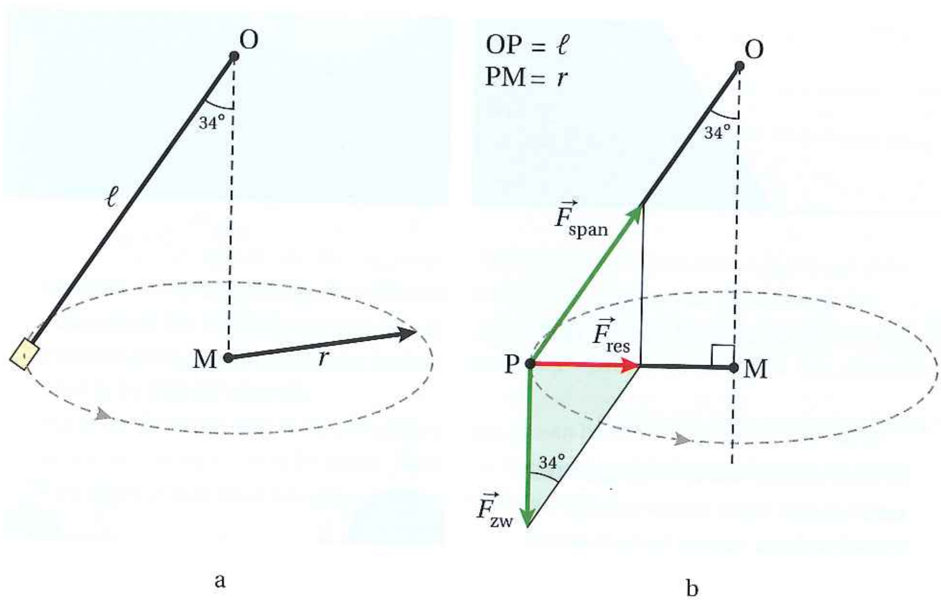
a Laat met een eenhedenbeschouwing zien dat de eenheid van F_{mpz} gelijk is aan newton.

b Bereken de middelpuntzoekende kracht die op het wasgoed werkt.

De massa van het natte wasgoed neemt voortdurend af. Het zwaartepunt van het wasgoed komt steeds dichter bij de trommelwand te liggen.

c Leg uit of de middelpuntzoekende kracht toeneemt, gelijk blijft of afneemt.

10 Helle voert het volgende experiment uit. Aan een touwtje met een lengte van 75 cm maakt ze een blokje vast. Dit blokje laat ze ronddraaien in een horizontaal vlak. Zie figuur 7.11a.



Figuur 7.11

De straal van de cirkel die het blokje maakt is 39 cm. De massa van het blokje is 50 g. Een omloop duurt 1,6 s.

a Toon aan dat $F_{mpz} = 0{,}33$ N.

Op het blokje werken twee krachten: de zwaartekracht en de spankracht. Zie figuur 7.11b. In deze figuur is ook de resultante van $\vec{F}_{zw}$ en $\vec{F}_{span}$ getekend.

b Toon aan met behulp van figuur 7.11b dat $F_{res} = 0{,}33$ N

c Leg uit waarom de antwoorden op de vragen a en b aan elkaar gelijk zijn.

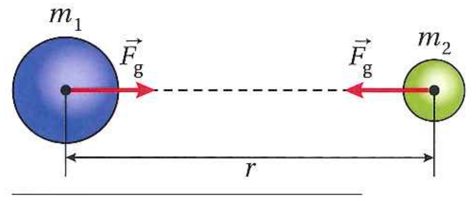
De maan beweegt rond de aarde in een (bijna) cirkelvormige baan. De gravitatiekracht zorgt voor de middelpuntzoekende kracht. Welke grootheden bepalen de grootte van de gravitatiekracht?

Figuur 7.12

7.3 Gravitatiekracht

Gravitatiewet van Newton

In 1665 maakt Newton zijn **gravitatiewet** bekend. Deze wet beschrijft de wisselwerking tussen twee voorwerpen. Als deze voorwerpen een kleine massa hebben, is de aantrekkende kracht zo klein dat deze bijna niet te meten is. Heeft een van de voorwerpen een grote massa, dan kun je de invloed van de gravitatiekracht F_g wel waarnemen.



Figuur 7.13

Voor de gravitatiekracht geldt:

- de richting van de kracht valt samen met de lijn door de twee zwaartepunten;
- de grootte van de kracht is recht evenredig met beide massa's, maar omgekeerd kwadratisch evenredig met de afstand tussen de zwaartepunten.

In figuur 7.13 is de gravitatiekracht tussen twee bolvormige voorwerpen aangegeven. De zwaartepunten vallen dan samen met de middelpunten.
De gravitatiewet luidt in formulevorm:

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

- G is de gravitatieconstante in $\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$.
- m_1 is de massa van voorwerp 1 in kg.
- m_2 is de massa van voorwerp 2 in kg.
- r is de afstand tussen de zwaartepunten van de voorwerpen in m.

Pas in 1798 is experimenteel de waarde van G bepaald: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$.
Deze waarde staat in BINAS tabel 7.

Gravitatiekracht en zwaartekracht

De aarde oefent een aantrekkende kracht op je uit. Deze kracht noem je de zwaartekracht met $F_{zw} = m \cdot g$. De aantrekkende kracht kun je ook beschrijven met de gravitatiekracht:

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot m_{aarde}}{r^2}$$

Dan geldt dus:

$$F_{zw} = F_g$$

$$m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot m_{aarde}}{r^2}$$

$$g = G \cdot \frac{m_{aarde}}{r^2}$$

De valversnelling g hangt dus alleen maar af van de massa van de aarde en de afstand tot het middelpunt van de aarde. Een vergelijkbare formule geldt voor de valversnelling in de buurt van andere planeten. De massa en de straal van planeten vind je in BINAS tabel 31.
Sta je op de aarde dan is de afstand r tussen jou en het middelpunt van de aarde gelijk aan de straal van de aarde. Bevind je je een bepaalde hoogte boven de aarde, dan moet je met deze hoogte rekening houden.

Voorbeeld
In 2012 sprong Felix Baumgartner op 39 km hoogte uit een luchtballon. De valversnelling op deze hoogte is:

$$g = G \cdot \frac{m_{aarde}}{r^2}$$

$$g = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}976 \cdot 10^{24}}{(6378 \cdot 10^3 + 39 \cdot 10^3)^2}$$

$$g = 9{,}68\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

De beweging van planeten

Elke **planeet** in ons zonnestelsel draait om de zon met een vaste omlooptijd.
De planeten beschrijven ellipsvormige banen die bijna cirkelvormig zijn. Daarom mag je planeetbanen opvatten als cirkels met als middelpunt het midden van de zon.
De omlooptijd van de aarde om de zon is een jaar. In BINAS tabel 31 zie je dat de omlooptijd groter is naarmate de afstand van een planeet tot de zon groter is.
Dit verband leid je af met het gegeven dat de gravitatiekracht in dit geval de middelpuntzoekende kracht is.

Er geldt dus:

$$F_{mpz} = F_g$$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot m_{zon}}{r^2}$$

$$v^2 = G \cdot \frac{m_{zon}}{r}$$

Aan dit verband zie je dat de baansnelheid van een planeet om de zon alleen maar afhangt van de massa van de zon en de afstand tussen de middelpunten van de planeet en de zon.

Voor de baansnelheid geldt: $v = \frac{2\pi r}{T}$. Pas je dit toe in de formule met v^2 dan krijg je:

$$\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = G \cdot \frac{m_{zon}}{r}$$

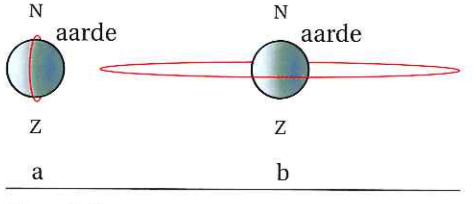
$$\frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2} = G \cdot \frac{m_{zon}}{r}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot m_{zon}}$$

De omlooptijd van een planeet om de zon hangt dus alleen af van de afstand tot de zon. En je ziet dat de omlooptijd T groter is naarmate de afstand groter is.

Geostationaire en polaire satellieten

De meeste **satellieten** voor weersvoorspelling of spionage beschrijven **polaire banen**. Een baan is polair als deze over de Noordpool en de Zuidpool gaat. Zie figuur 7.14a. Omdat de aarde per dag eenmaal om haar as draait, komt zo elk punt van de aarde elke 24 uur in het zicht van de satelliet. De hoogte van een polaire satelliet ligt tussen 300 en 1000 km. De omlooptijd is dan ongeveer 100 minuten.



Figuur 7.14

Satellieten voor communicatie beschrijven vrijwel altijd **geostationaire banen**. Geostationair wil zeggen dat de satelliet stilstaat ten opzichte van het aardoppervlak. De satelliet bevindt zich dan altijd op dezelfde plaats en hoogte boven de evenaar. Zie figuur 7.14b. De omlooptijd van de satelliet is dan gelijk aan de omlooptijd van de aarde, dus 24 uur. De hoogte van een geostationaire satelliet ligt op ongeveer 36000 km.

Opgaven

11 Voor de valversnelling op aarde geldt:

$$g = G \cdot \frac{m_{aarde}}{r_{aarde}^2}$$

a Toon aan dat de eenheid van de G gelijk is aan $\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$.

De berekende waarde van g is de waarde op de evenaar. Bij de polen is de aarde afgeplat.

b Leg uit of de waarde van g groter of kleiner is als je dichter bij de polen bent.

12 In 1798 slaagde Cavendish erin de wisselwerking te meten tussen de massa's van twee loden bollen. Bol A had een diameter van 5,0 cm en bol B had een diameter van 30,0 cm.

a Toon aan dat de massa's van de bollen 0,74 kg en 160 kg zijn.

b Bereken de gravitatiekracht tussen de bollen als de afstand tussen hun middelpunten 45,0 cm is.

13 a Bereken de gravitatiekracht die de zon op de aarde uitoefent.

b Hoe groot is de gravitatiekracht die de aarde op de zon uitoefent? Licht je antwoord toe.

▶ hulpblad 14 Twee satellieten met een even grote massa doorlopen elk een cirkelvormige baan om de aarde. Hun baanstralen verhouden zich als 4 : 1.

a Bepaal de verhouding van de gravitatiekrachten die zij van de aarde ondervinden.

b Leid met behulp van formules in BINAS af dat voor de baansnelheid geldt:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m_{\text{aarde}}}{r}}$$

Bepaal de verhouding van:

c de baansnelheden van de twee satellieten;

d de omlooptijden van de twee satellieten.

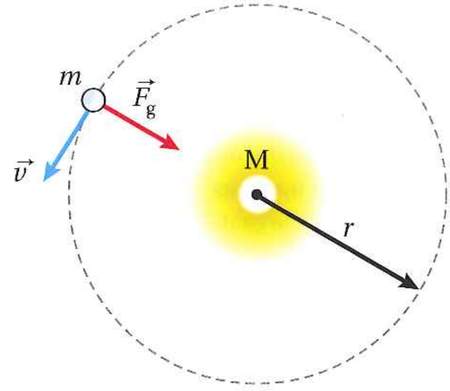
▶ hulpblad 15 Bij de eenparige cirkelbeweging van de aarde rond de zon is de gravitatiekracht de middelpuntzoekende kracht. Zie figuur 7.15.

a Leid met behulp van formules in BINAS af dat voor de beweging van satellieten rond de aarde geldt:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot m_{\text{aarde}}}{4\pi^2}$$

Deze formule staat bekend als de derde wet van Kepler.

b Bereken de hoogte waarop een geostationaire satelliet rond de aarde beweegt.



Figuur 7.15

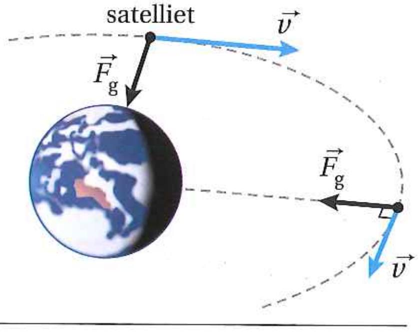
Een satelliet beschrijft een cirkelvormige baan rond de aarde. Bij elke cirkelvormige baan hoort een bepaalde omloopsnelheid. Hoe komt de baan eruit te zien als de satelliet een andere omloopsnelheid krijgt?

Figuur 7.16

7.4 Model van de beweging van planeten en satellieten

Gravitatiekracht

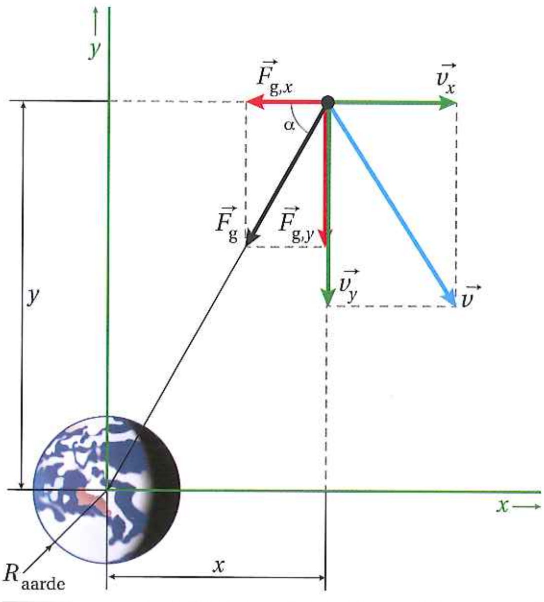
Satellieten bewegen zich op een relatief grote afstand van de aarde. Ze ondervinden daar nauwelijks of geen invloed van de aardse atmosfeer. In een rekenmodel mag je dan de luchtweerstand buiten beschouwing laten. Als een satelliet zonder stuwkracht om de aarde draait, werkt op de satelliet alleen de gravitatiekracht F_g. Je mag dan aannemen dat de satelliet beweegt in een vlak dat door het middelpunt van de aarde gaat. Hierbij is F_g steeds naar het middelpunt van de aarde gericht. Zie figuur 7.17.



Figuur 7.17

Gravitatiekracht in een bewegingsmodel

In een model met gravitatiekracht van de aarde werk je in een loodrecht assenstelsel met als oorsprong het midden van de aarde. Zie figuur 7.18. Richtingen omhoog en naar rechts krijgen een positief teken.



Figuur 7.18

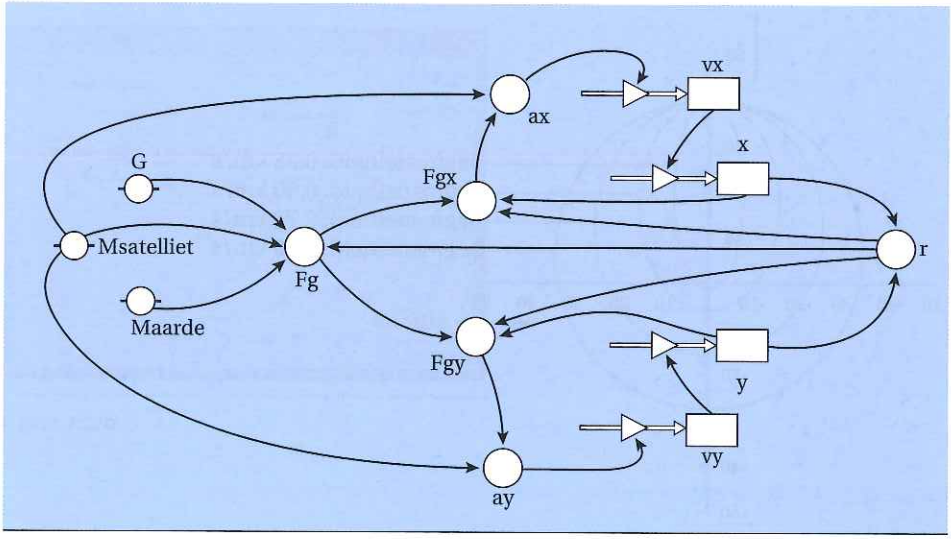
In figuur 7.19 staat een model dat met Coach 6 is gemaakt. De gravitatiekracht wordt berekend met een aantal constanten en de hulpvariabele *r*. Deze variabele is de baanstraal van de satelliet en wordt berekend uit de waarden van *x* en *y*.

Voor de component $F_{g,x}$ geldt:

$$F_{g,x} = -F_g \cdot \frac{x}{r}$$

Dit leid je af met behulp van figuur 7.18: $\cos\alpha = \frac{F_{g,x}}{F_g}$ en $\cos\alpha = \frac{x}{r}$.

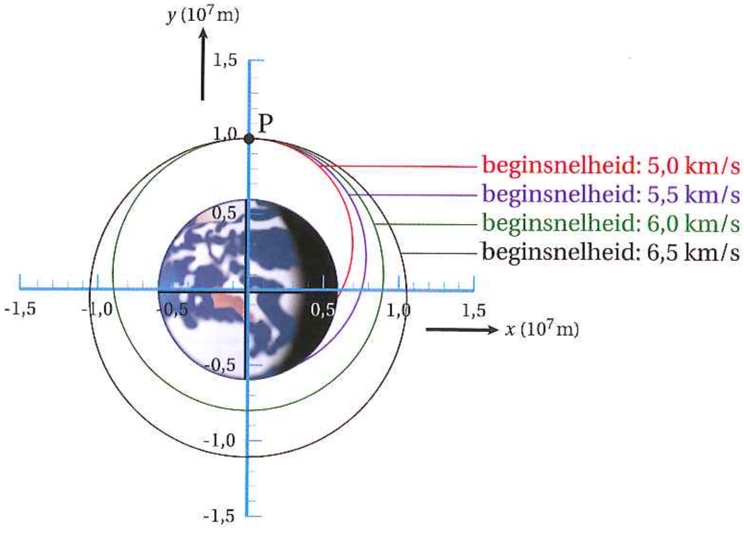
Het min-teken is nodig omdat $F_{g,x}$ naar links is gericht. Daarom zie je relatiepijlen van x, r en F_g naar $F_{g,x}$.
De versnelling, snelheid en plaats worden op de gebruikelijke manier berekend.



Figuur 7.19

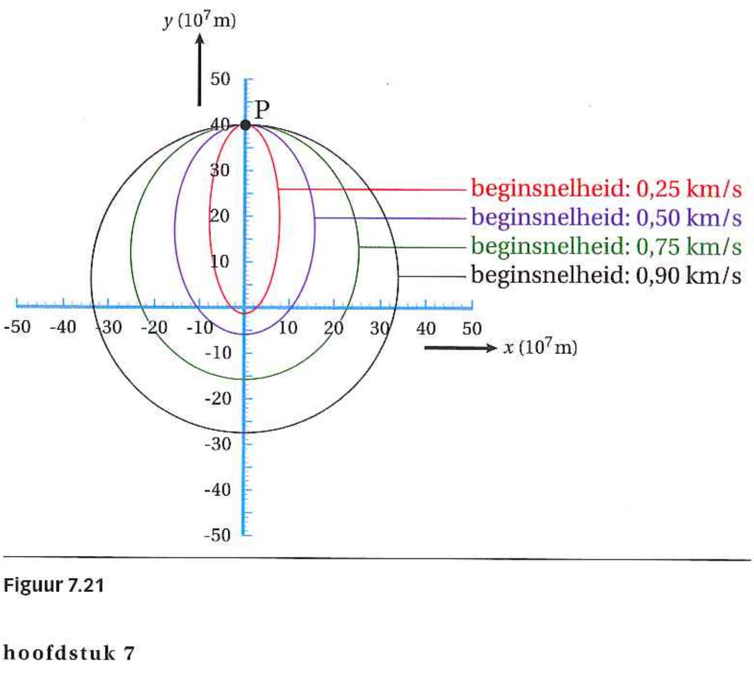
Banen van de satelliet

In figuur 7.20 zie je de banen van een satelliet die zich in punt P bevindt op een afstand van $1{,}0 \cdot 10^7$ m van het middelpunt van de aarde. De beginsnelheid in P is in de positieve richting evenwijdig aan de x-as. Als de snelheid te laag is, stort de satelliet op de aarde. Dat is het geval bij de snelheden 5,0 en 5,5 km/s.



Figuur 7.20

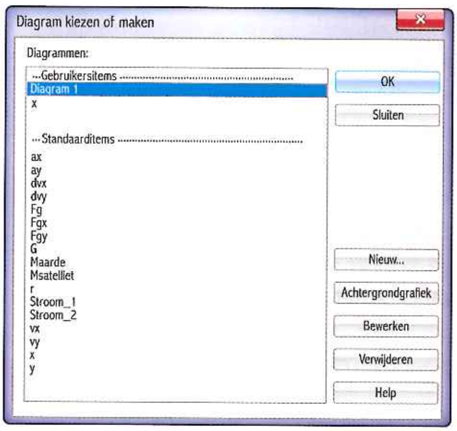
Beweegt de satelliet in punt P op $40 \cdot 10^7$ m van het middelpunt van de aarde, dan is de baan ellipsvormig. Zie figuur 7.21. Door de schaalverdeling is de aarde hier niet groter dan een punt in de oorsprong van het assenstelsel.



Figuur 7.21

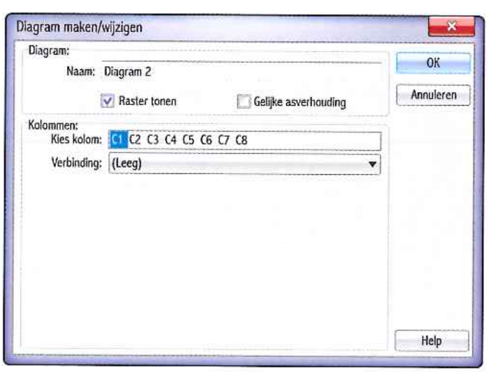
Diagrammen in Coach 6

Variabelen in een model geef je overzichtelijk weer in een diagram. In Coach 6 staat de onafhankelijke variabele tijd standaard op de horizontale as. Wil je een diagram maken, dan zie je eerst een schermbeeld zoals in figuur 7.22a. Selecteer je dan onder 'Standaarditems' x dan krijg je een (x,t)-diagram.



Figuur 7.22a

Figuur 7.20 op pagina 270 is een (y,x)-diagram van een satelliet die rond de aarde beweegt. Wil je zo'n diagram maken dan klik je in het schermbeeld van figuur 7.22a op de knop <Nieuw>. Je krijgt dan het schermbeeld van figuur 7.22b. 'Gelijke asverhouding' moet je dan aanvinken. Je klikt vervolgens op C1 en selecteert bij Verbinding 'Variabele x'. De variabele die je bij C1 selecteert komt langs de horizontale as. Daarna klik je op kolom C2 en kies je bij Verbinding voor 'Variabele y'. Deze komt dan langs de verticale as.



Figuur 7.22b

Opgaven

16 Gebruik het model *satelliet_rond_de_aarde.cma* bij het beantwoorden van deze opgave

In het modelvenster zie je dat bij de hulpvariabele r staat: r := Sqrt(x^2+y^2).

a Leg uit waarom dit de formule is om de hulpvariabele r te berekenen.

Bij de hulpvariable F_{gy} staat: Fgy := –Fg*y/r.

b Leg uit waarom dit de formule is om de hulpvariabele F_{gy} te berekenen.

c Bepaal met behulp van een diagram hoelang de omlooptijd van de satelliet is.

Bij de startwaarde $v_x = 6{,}3 \cdot 10^3$ m s^{-1} is de satellietbaan een cirkelbaan. De satelliet wordt vervangen door een satelliet met een twee keer zo grote massa.

d Leg uit hoe de baan van de satelliet er dan uitziet. Ga hierbij in op de vorm en de baansnelheid.

e Onderzoek met het model of je antwoord op vraag d juist is.

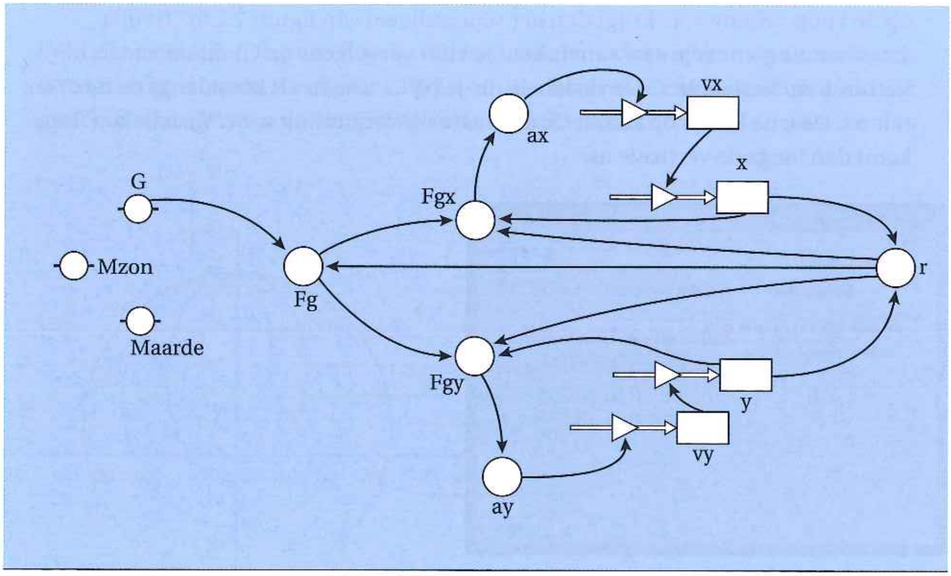
Als de snelheid van de satelliet groter is dan $6{,}3 \cdot 10^3$ m s^{-1} dan wordt de baan ellipsvormig. Vanaf een bepaalde snelheid komt de satelliet zelfs buiten de invloed van de gravitatiekracht van de aarde.

f Onderzoek vanaf welke snelheid dat het geval is. Geef je antwoord in één significant cijfer.

▶ werkblad 17 Gebruik het model *aarde_rond_de_zon.cma* bij het beantwoorden van deze opgave

De aarde draait in 365 dagen om de zon.

a Toon aan dat de baansnelheid van de aarde gelijk is aan $2{,}98 \cdot 10^4$ m s^{-1}.



Figuur 7.23

In figuur 7.23 zie je een gedeelte van het model *aarde_rond_de_zon*.

In dit model ontbreekt een aantal relatiepijlen.

b Voeg deze relatiepijlen toe aan figuur 7.23.

Open het model *aarde_om_de_zon*. Je ziet dan dat het model nog precies gelijk is aan het model *satelliet_om_de_aarde*. Als je in het modelvenster de naam Msatelliet wijzigt in Maarde en de naam Maarde wijzigt in Mzon, dan veranderen die namen ook in de formules. Je moet dan nog de massa's aanpassen. Daarnaast moet je de waarden van twee toestandsvariabelen aanpassen.

c Leg uit waarom $v_x = 29800$ m s^{-1} en y = 0,1496E12 m.

Start je nu het model dan komt er geen cirkelbaan uit. Dit heeft te maken met de stapgrootte en tot welke tijdsduur Coach moet doorrekenen. Voor een volledige cirkel moet de tijdsduur minstens een jaar zijn. Voor een juiste cirkelbaan neem je voor de tijdstap het 10^7 deel van de omlooptijd.

d Ga met het model na dat de aarde rond de zon een cirkelvormige baan uitvoert.

18 Gebruik het model *waterstofatoom.cma* bij het beantwoorden van deze opgave In een vereenvoudigd model van een waterstofatoom is de beweging van een elektron rondom de kern een eenparige cirkelbeweging. De middelpuntzoekende kracht wordt geleverd door de coulombkracht F_C.

Dit is de aantrekkende kracht tussen twee geladen deeltjes. Hiervoor geldt:

$$F_C = f \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}$$

- f is een constante ($9{,}0 \cdot 10^9$).
- Q is de grootte van de lading van het proton in coulomb ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C).
- q is de grootte van de lading van het elektron in coulomb ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C).
- r is de afstand tussen de twee ladingen in meters ($5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m).

a Leid de eenheid van de constante f af.

b Laat zien dat de omlooptijd van een elektron rond de kern gelijk is aan $1{,}5 \cdot 10^{-16}$ s.

Het model voor de beweging van een elektron rondom de kern van een waterstofatoom maak je met behulp van het model *satelliet_rond_de_aarde*.

c Pas het model aan en onderzoek bij welke snelheid het elektron een cirkelvormige baan uitvoert.

7.5 Afsluiting

Samenvatting

Een eenparige cirkelbeweging is een beweging waarbij een voorwerp met constante snelheid een cirkelbaan volgt. Belangrijk hierbij zijn de grootheden baanstraal, omlooptijd en baansnelheid.
Omdat de beweging niet rechtlijnig is, is er een resulterende kracht nodig. Deze kracht heet de middelpuntzoekende kracht en is naar het middelpunt van de cirkel gericht.

Voorwerpen oefenen een onderling aantrekkende kracht uit op elkaar. Deze kracht noem je de gravitatiekracht. Bij de eenparige cirkelbeweging van planeten en satellieten treedt de gravitatiekracht als middelpuntzoekende kracht op.

In een numeriek model simuleer je de beweging van satellieten rond de aarde of planeten rond de zon.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

baansnelheid	$v_{baan} = \frac{2\pi r}{T}$
middelpuntzoekende kracht	$F_{mpz} = \frac{mv^2}{r}$
gravitatiekracht	$F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$

Een deel van de formules vind je in BINAS tabel 35 Mechanica.
In BINAS tabellen 31 en 32 staan gegevens over sterren en planeten.

Opgaven

▶ werkblad 19 In het pretpark Walibi World staat een attractie met de naam G-Force. Zie figuur 7.24. De attractie ontleent zijn naam aan de vaktaal van straaljagerpiloten. De afgebeelde schuitjes draaien met grote snelheid rond en gaan ondersteboven door het hoogste punt.

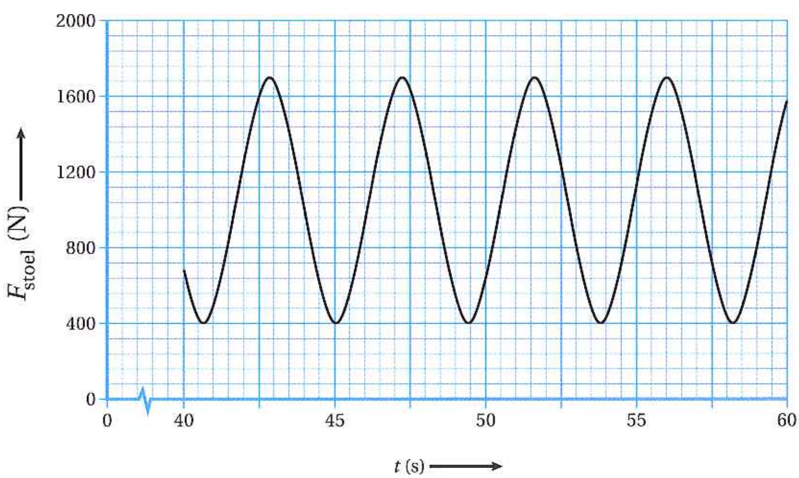
De G-Force is gedefinieerd als de verhouding van de kracht van de stoel op de piloot en de zwaartekracht die op zijn lichaam werkt:

$$\text{G-Force} = \frac{F_{stoel}}{F_{zw}}$$

a Bepaal de eenheid van G-Force.

Figuur 7.24

Jo zit in een van de stoeltjes en voert een nagenoeg verticale cirkelbeweging uit met een constante snelheid. Tijdens deze beweging wordt de kracht F_{stoel} gemeten die het stoeltje op Jo uitoefent. In figuur 7.25 is F_{stoel} voor een aantal rondjes weergegeven als functie van de tijd. De massa van Jo bedraagt 65 kg.



Figuur 7.25

b Bepaal de maximale waarde van de G-Force die je ondervindt.

Het zwaartepunt van Jo beschrijft een cirkelbaan met een straal van 7,9 m.

c Toon aan dat Jo ronddraait met een snelheid van 11 m/s.

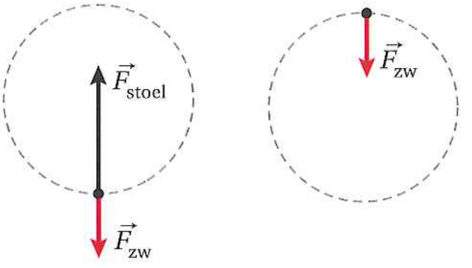
Omdat Jo een eenparige cirkelbeweging uitvoert, moet er een constante middelpuntzoekende kracht op hem werken.

d Bereken de benodigde middelpuntzoekende kracht op Jo.

In het hoogste en in het laagste punt is de middelpuntzoekende kracht de resultante van de zwaartekracht $\vec{F}_{zw}$ en de kracht $\vec{F}_{stoel}$. In figuur 7.26a is de situatie getekend als Jo zich in het onderste punt bevindt. De krachten $\vec{F}_{zw}$ en $\vec{F}_{stoel}$ zijn op schaal getekend. In figuur 7.26b is de situatie getekend als Jo zich in het bovenste punt bevindt. In deze figuur is echter alleen $\vec{F}_{zw}$ getekend.

e Teken in figuur 7.26a de middelpuntzoekende kracht $\vec{F}_{mpz}$ die op Jo werkt.

f Teken in figuur 7.26b de kracht $\vec{F}_{stoel}$ die in het bovenste punt op Jo werkt. Let daarbij op de grootte en de richting.

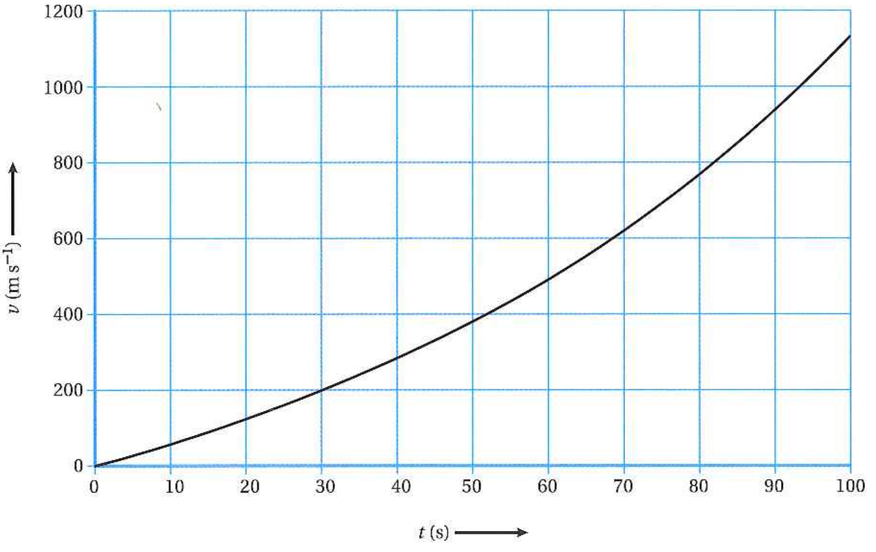


Figuur 7.26

▶ werkblad
▶ hulpblad

20 De Europese ruimtevaartorganisatie ESA heeft al enkele malen een Ariane-5-raket gelanceerd. Door het uitstoten van verbrandingsgassen wordt de raket voortgestuwd.

a Leg dit uit met een natuurkundige wet.



Figuur 7.27

De beweging tijdens de start van de Ariane-5-raket wordt onderzocht aan de hand van een video-opname. Van de eerste honderd seconden is een (v,t)-grafiek gemaakt. Zie figuur 7.27. De totale massa van de Ariane-5-raket bij de start is $7{,}14 \cdot 10^5$ kg.

b Bepaal aan de hand van figuur 7.27 de stuwkracht F_{stuw} die de Ariane-5-raket ondervindt op $t = 0$ s.

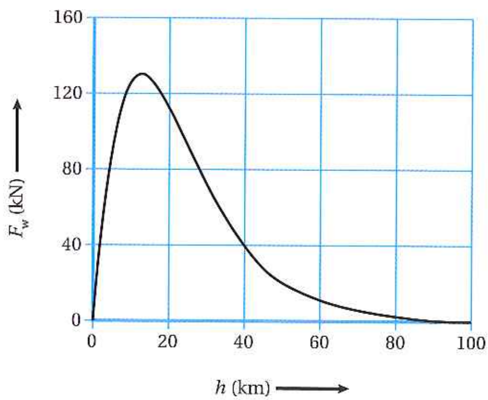
Voor grotere hoogten geldt voor de gravitatiekracht:

$$F_g = m \cdot g \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

- R is de straal van de aarde in m.
- h is de hoogte boven de aarde in m.
- g is de valversnelling op het aardoppervlak in m s^{-2}.

c Leid deze formule af.

Bij de beweging van de Ariane-5-raket speelt de luchtweerstandskracht op de Ariane-5-raket ook een rol. In figuur 7.28 is het verloop van de luchtweerstandskracht F_w tegen de hoogte h weergegeven.



Figuur 7.28

d Leg uit waarom F_w eerst toeneemt en dan weer afneemt.

De voortstuwingskracht F_{stuw} die op de Ariane-5-raket werkt is constant.
De versnelling van de Ariane-5-raket blijkt niet constant te zijn.
Voor deze versnelling geldt:

$$a = \frac{F_{stuw} - F_g - F_w}{m}$$

e Leg uit of de versnelling op 100 km hoogte groter of kleiner is dan op 40 km.